15/10/2026 — Option Maths Expertes - Sujet A — 1 h

Exercice 1

Soient a et b deux entiers relatifs tels que $a \equiv 2\ [8]$ et $b \equiv 6\ [8]$.
Déterminer le reste de la division euclidienne de $a^2 - 3b$ par 8.

Exercice 2

À l'aide des congruences, et **sans** utiliser de raisonnement par récurrence, démontrer que, pour tout entier naturel n : $3^{4n+2} + 5^{2n+1}$ est divisible par 14.

Exercice 3

1. En justifiant la réponse, déterminer le reste de la division de 2 026 par 7.
2. En détaillant les calculs, déterminer le reste de la division de $2\,026^{2\,025}$ par 7.

Exercice 4

Résoudre chaque équation dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$. On donnera les solutions sous forme algébrique.

1. $5z + 2\mathrm{i} = 2\mathrm{i}(1 - 3\mathrm{i}z)$.
2. $1 + 4\overline{z} = 3\mathrm{i}z$.

15/10/2026 — Option Maths Expertes - Sujet B — 1 h

Exercice 1

1. En justifiant la réponse, déterminer le reste de la division de 2 028 par 5.
2. En détaillant les calculs, déterminer le reste de la division de $2\,028^{2\,027}$ par 5.

Exercice 2

À l'aide des congruences, et **sans** utiliser de raisonnement par récurrence, démontrer que, pour tout entier naturel n : $31^{4n+5} + 18^{4n+3}$ est divisible par 13.

Exercice 3

Soient a et b deux entiers relatifs tels que $a \equiv 3\ [7]$ et $b \equiv 5\ [7]$.
Déterminer le reste de la division euclidienne de $a^2 - 4b$ par 7.

Exercice 4

Résoudre chaque équation dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$. On donnera les solutions sous forme algébrique.

1. $3z + 5\mathrm{i} = 3\mathrm{i}(1 - 2\mathrm{i}z)$.
2. $1 + 3\overline{z} = 4\mathrm{i}z$.